

Übung zur Lehrveranstaltung „Einführung in die Energiewirtschaft“

SoSe 2017

Dr. Patrick Jochem, Hannes Schwarz, Nico Lehmann
Lösungen zur Übung

INSTITUT FÜR INDUSTRIEBETRIEBSLEHRE UND INDUSTRIELLE PRODUKTION (IIP)
Lehrstuhl für Energiewirtschaft (Prof. Fichtner)



Aufgabe 1

- a) Berechnen Sie die Bindungsenergie (in MeV und J), die in der Spaltung von 1 kg eines Stoffes mit $A = 235$ frei wird.

Bindungsenergie pro Nukleon: $E_{\text{Bind, Nukleon}} = 0,9 \text{ MeV}$

atomare Masseneinheit $u = 1,661 \times 10^{-27} \text{ kg}$

[$1 \text{ eV} = 1,602 \times 10^{-19} \text{ J}$]

- b) Welche Menge Steinkohle (in t) ist notwendig, um durch ihre Verbrennung eine äquivalente Energiemenge freizusetzen?

1u ist definiert als 1/12 der Masse eines isolierten Atoms des Kohlenstoff-Isotops ^{12}C

Ein Elektronenvolt entspricht der kinetischen Energie, die ein Teilchen mit der Ladung $1e$ (Elementarladung) erhält, wenn es im Vakuum durch eine Spannung von 1 V beschleunigt wird.

Lösung A1

a) Bindungsenergie pro Atom: $E_{\text{Bind,Atom}} = 235 * 0,9 \text{ MeV} = \underline{211,5 \text{ MeV}}$

$$\begin{aligned} \text{Atommasse: } m_{\text{Atom}} &= 235u = 235 * 1,661 * 10^{-27} \text{kg} \\ &= 3,90335 * 10^{-25} \text{kg} \end{aligned}$$

$$1/ m_{\text{Atom}} = 2,562 * 10^{24} \text{ Atome pro kg}$$

→ Gesamte Bindungsenergie: $E_{\text{Bind,ges}} = 2,562 * 10^{24} \text{kg} * 211,5 \text{ MeV}$
 $= 5,418 * 10^{26} \text{ MeV}$
 $= 86,8 \text{ TJ}$

b) $m_{\text{Steinkohle}} = \frac{86,8 * 10^{12} \text{J}}{3 * 10^{10} \text{ J/t}_{\text{Steinkohle}}} = 2\,893 \text{ t}_{\text{Steinkohle}}$

Umrechnungstabellen

Von \ Zu	Joule [J]	Kilowattstunden [kWh]	Steinkohleeinheiten [kg SKE]	Rohöleinheiten [kg RÖE]	Kilokalorien [kcal]	British Thermal Unit [BtU]
1J	1	2,78E-07	3,41E-08	2,39E-08	2,39E-04	9,47E-04
1 kWh	3,60E+06	1	0,123	8,60E-02	860	3410
1 kg SKE	2,93E+07	8,141	1	0,7	7000	27755
1 kg RÖE	4,19E+07	11,630	1,429	1	10000	39658,3
1 kcal	4186,800	1,16E-03	1,43E-04	1,00E-04	1	3,965
1 BtU	1055,870	2,93E-04	3,60E-05	2,52E-05	0,252	1

From \ To	Joule	Kilowattstunden	Steinkohleeinheiten	Rohöleinheiten	Kilokalorien	British Thermal Unit
1 t Steinkohle	3,00E+10	8320,77	1022	715,25	7,15E+06	2,84E+07
1 t Braunkohle	8,50E+09	2361,08	290	203	2,03E+06	8,05E+06
1 t Erdöl	4,19E+10	1,16E+04	1430,81	1000,56	1,00E+07	3,97E+07
1 t Heizöl-L	4,27E+10	1,19E+04	1458,13	1019,66	1,02E+07	4,04E+07
1 m ³ Erdgas	3,17E+7	8,8167	1,083	0,7581	7581	30084
1 m ³ Holz	1,47E+10	4070,83	500	350	3,50E+06	1,39E+07

Aufgabe 2

Ein Leichtwasserreaktor mit einer elektrischen Leistung von 1.400 MW wird mit einem Wirkungsgrad von 33 % betrieben. Die Volllaststundenzahl betrage 7.200 h/a und es wird angenommen, dass die Energie nur aus der Spaltung von Uran-235 stammt. Es wird eine Gesamtenergie pro Spaltung von 200 MeV angenommen.

- a) Bestimmen Sie die Anzahl der Spaltungen pro Stunde!

- b) Welche Menge Uran-235 (in t) wird pro Jahr verbraucht?

Lösung A2

- $P_{EL} = 1\,400\text{ MW}$, $\eta = \frac{P_{EL}}{P_{th}} = 0,33 \rightarrow P_{th} = \frac{P_{EL}}{\eta} = 4\,242,42\text{ MW}$
- freigesetzte Energie $E_{\text{Bind, U235}} = 200\text{MeV} = 3,204 \cdot 10^{-11}\text{J} = 3,204 \cdot 10^{-11}\text{Ws}$
 (1 eV = $1,602 \cdot 10^{-19}\text{J}$)
 (1u = $1,661 \cdot 10^{-27}\text{kg}$)

$$\text{a) } P_{th} = \frac{E_{th}}{t} = \frac{n_{U235} \cdot E_{\text{Bind,U235}}}{t}$$

$$\rightarrow \frac{n_{U235}}{t} = \frac{P_{th}}{E_{\text{Bind,U235}}} = \frac{4242,42 \cdot 10^6\text{ W}}{3,204 \cdot 10^{-11}\text{ Ws}} = 1,324 \cdot 10^{20} \frac{1}{\text{s}} = 4,767 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{h}}$$

$$\text{b) } n_{U235,\text{Jahr}} = \frac{n_{U235}}{t} \cdot t_{\text{Vollast,Jahr}} = 4,767 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{h}} \cdot 7200\text{ h} = 3,432 \cdot 10^{27} \text{ pro Jahr}$$

$$(m_{U235} = 235\text{ u} = 235 \cdot 1,661 \cdot 10^{-27}\text{kg})$$

$$m_{U235,\text{Jahr}} = 3,432 \cdot 10^{27} \frac{1}{\text{a}} \cdot 235 \cdot 1,661 \cdot 10^{-27}\text{kg} = 1339\text{ kg bzw } 1,339\text{ t pro Jahr}$$

Aufgabe 3

Der Brennstoffbedarf eines Reaktors ist technisch durch die Leistung, den Lastfaktor und die Abbrandrate (energetische Ausnutzung des Brennstoffs) in Quantität und Qualität (Anreicherung) festgelegt:

elektrische Leistung	1.300 MW
Wirkungsgrad	33 %
Lastfaktor (Verfügbarkeit)	0,95
Abbrand	40.000 MWd/t Uran
Anteil Uran-235 im geförderten Natururan	0,7 %
Anteil Uran-235 nach Anreicherung (im Brennstoff)	4,0 %

Berechnen Sie, wie viel **Natururan** ein Druckwasserreaktor benötigt:

a) pro Jahr sowie

b) während der gesamten Betriebszeit von 40 Jahren benötigt:

Lösung A3

- $P_{EL} = 1\,300\text{ MW}$, $\eta = \frac{P_{EL}}{P_{th}} = 0,33 \rightarrow P_{th} = \frac{P_{EL}}{\eta} = \frac{1300\text{MW}}{0,33} = 3939,39\text{ MW}$
 Vollaststundenzahl: $t_{Vollast} = 8760\text{ h} * 0,95 = 8322\text{ h}$
 - $P = \frac{E}{t} \rightarrow E_{th} = P_{th} * t_{Vollast} = 3939,39\text{ MW}_{th} * 8322\text{ h/a} = 32\,783\,604\text{ MWh pro Jahr}$
 - Abbrand: $A = 40\,000 \frac{\text{MWd}}{t_{Brennstoff}} = 960\,000 \frac{\text{MWh}}{t_{Brennstoff}}$
- a) $m_{Brennstoff, \text{Jahr}} = \frac{E_{th}}{A} = \frac{32\,783\,604\text{ MWh}}{960\,000 \frac{\text{MWh}}{t_{Brennstoff}}} = 34,15\text{ t}_{Brennstoff}\text{ pro Jahr}$
- $m_{U235, \text{Jahr}} = 34,15\text{ t}_{Brennstoff, \text{Jahr}} * 0,04 \frac{t_{U235}}{t_{Brennstoff}} = 1,37\text{ t}_{U235}\text{ pro Jahr}$
- $m_{Natururan, \text{Jahr}} = \frac{1,37\text{ t}_{U235}}{0,007 \frac{t_{U235}}{t_{Natururan}}} = \mathbf{195,14\text{ t}_{Natururan}\text{ pro Jahr}}$
- b) $n_{Natururan, \text{ges}} = 195,14\text{ t}_{Natururan}/\text{a} * 40\text{a} = \mathbf{7805,67\text{ t}_{Natururan}}$

Aufgabe 4

Berechnen Sie aus den Angaben den Verbrauch des Jahres 2003 (aus der Grafik entnehmen) sowie die statische Reichweite des Energieträgers Uran für folgende Reserven-/ Ressourcen-Klassen:

- a) Reasonably Assured Resources (RAR) mit Produktionskosten bis US \$40/kg U
- b) Reasonably Assured Resources (RAR) mit Produktionskosten bis US \$130/kg U
- c) Reserven/ Ressourcen aller Kategorien mit Produktionskosten bis US \$130/kg U

Uran – Reserven und Ressourcen II

Tabelle: Weltweite Reserven und Ressourcen von Uran

(Vertrauens-) Kategorie		Einteilung nach erwarteten Produktionskosten		
		< 40 \$/kg U	< 80 \$/kg U	< 130 \$/kg U
1	Reasonably Assured Resources (RAR) gesicherte Reserven	1.947.000 t	2.643.000 t	3.297.000 t
2	Inferred Resources (IR) vermutete Ressourcen	799.000 t	1.161.000 t	1.446.000 t
3	Prognosticated Resources noch nicht entdeckt, erwartet	-	1.700.000 t	2.519.000 t
4	Speculative möglicherweise existierend	-	-	4.557.000 t
Total		2.746.000 t	5.504.000 t	11.819.000 t

Quelle: [Energy Watch Group]

Lösung A4

■ Verbrauch in 2003: $\dot{m}_{\text{Demand03,Uran}} = 65\,000 \text{ t/a}$

$$\text{a) } \text{RAR}_{40} = \frac{1\,947\,000 \text{ t}}{65\,000 \text{ t/a}} = 30 \text{ a}$$

$$\text{b) } \text{RAR}_{130} = \frac{3\,297\,000 \text{ t}}{65\,000 \text{ t/a}} = 50,7 \text{ a}$$

$$\text{c) } R_{\text{all}, 130} = \frac{11\,819\,000 \text{ t}}{65\,000 \text{ t/a}} = 181,8 \text{ a}$$

Aufgabe 5

Berechnen Sie die dynamische Reichweite des Energieträgers Uran unter folgenden Annahmen:

- alle Kategorien mit Produktionskosten bis US \$130/kg U sind zu berücksichtigen
- der Verbrauch in 2003 soll 65.000 t betragen
- der jährliche Verbrauch steige bis 2010 um jährlich 2% im Vergleich zum Vorjahr und bleibt anschließend für den Rest des Betrachtungszeitraums konstant

Lösung A5

- Gesamtmenge: $m_{\text{Uran}} = 11\,819\,000\text{ t}$
- Verbrauch in 2003: $\dot{m}_{\text{Demand03,Uran}} = 65\,000\text{ t/a}$
- Verbrauch 2003-2010: $m_{\text{Demand03-10,Uran}} = 65\,000\text{ t} * \sum_{t=0}^7 1,02^t = 557\,893\text{ t}$

→ Geometrische Reihe: $a_0 \sum_{k=0}^n q^k = a_0 * \frac{1-q^{(n+1)}}{1-q} = 65\,000\text{t} * \frac{1-1,02^{(7+1)}}{1-1,02}$

- Verbrauch ab 2011: $\dot{m}_{\text{Demand10,Uran}} = 65\,000\text{ t/a} * 1,02^7 = 74\,665\text{ t/a}$

→ Reichweite ab 2011 = $\frac{11\,819\,000\text{ t} - 557\,893\text{ t}}{74\,665\text{ t/a}} = 150,8\text{ a}$

Aufgabe 6

- a) Berechnen Sie (ausgehend von der vorhergehenden Aufgabe 3) die jährlichen Brennstoffkosten für einen Druckwasserreaktor:

Brennelementfertigungs- kosten	2.000 €/kg
Urankosten	10 \$/pound
Entsorgungskosten	500.000 €/t

(1 pound = 0,45359 kg; 1 \$ = 0,721 €)

- a) Wie hoch ist der Kostenanteil für Natururan an den Brennstoffkosten?

Lösung A6

■ Kosten für Brennelemente: $k_{\text{Brennstoff}} = 2000 \text{ €/kg} * 34,15 \text{ t}_{\text{Brennstoff}}/\text{a} = \mathbf{68,3 \text{ Mio €/a}}$

■ Urankosten: $k_{\text{Natururan}} = 15,9 \text{ €/kg} * 195,17 \text{ t}_{\text{Natururan}}/\text{a} = \mathbf{3,1 \text{ Mio €/a}}$
 $\left(\frac{7,21 \text{ €}}{0,45359 \text{ kg}} = 15,9 \text{ €/kg} \right)$

■ Entsorgungskosten: $k_{\text{Entsorgung}} = 500\,000 \text{ €/t} * 34,15 \text{ t/a} = \mathbf{17,1 \text{ Mio €/a}}$

a) Gesamtkosten $k_{\text{ges}} = \mathbf{88,5 \text{ Mio €/a}}$

b) Kostenanteil für Natururan $= \frac{3,103 \text{ Mio €/a}}{88,48 \text{ Mio €/a}} = \mathbf{0,0035 \text{ bzw. } 0,35\%}$

(Kostenanteil für Brennstoff $= \frac{68,3 \text{ Mio €/a}}{88,48 \text{ Mio €/a}} = 0,772 \text{ bzw. } 77,2\%$)

(Kostenanteil für Entsorgung $= \frac{17,075 \text{ Mio €/a}}{88,48 \text{ Mio €/a}} = 0,193 \text{ bzw. } 19,3\%$)